

実験テーマ名

微小重力下における回転する球の軌跡の定量的考察

実験の目的・概要

目的

回転する球が、その回転に応じてマグナス力や空気抵抗を受け様々な軌跡を描くことは、野球・テニス・卓球などのスポーツに戦略的多様性を与えており、その軌跡の定量的考察が流体力学の観点からも進められているような興味深い現象である。この実験では、微小重力下で様々な回転を与えた球に比較的小さな初速を与えて、その後の軌跡を測定し、理論によって得られる軌跡と比較することで、回転に応じたマグナス力や空気抵抗の働き方を定量的に考察することを目的とする。また、野球の球の軌跡が縫い目の影響を受けるとされることに着想を得て、球の形に幾何学的に多少の変化を加えて、それが軌跡にどのように影響を与えるかも考察材料としようと思う。

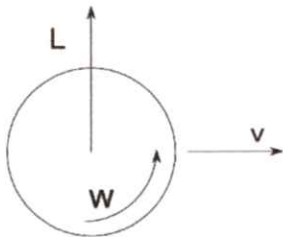
無重力下で本実験を行う意義

微小重力下で本実験を行う意義は、重力の影響を無視できることにある。重力下で実験を行うと、重力の軌跡に対する影響が加わってしまうだけでなく、どんなに小さな初速を与えようとも、球の速さが加速されてしまい、解析が困難になってしまうからである。

物理的原理

本実験で解析する現象は主にマグナス力によってもたらされると考える。まずはマグナス力に関する理論を以下に簡潔に記す。

以下の図のように球体の回転方向と進行方向が定められたときに働く力がマグナス力である。



マグナス力の大きさには以下のような近似式が存在する。

$$L = \alpha r \omega \rho S v$$

(ただし、 α はレイノルズ数などに依存する定数・ r は球体の半径・ ω は角速度・ ρ は空気の密度・ S は球体の表面積・ v は球体の速度)

よって、回転に対して右ねじの進む方向に回転ベクトル $\vec{\varphi}$ (ただし、大きさは $\alpha r \omega \rho S = A\omega$ とする) をとると以下の式を得る。

$$\vec{L} = \vec{\varphi} \times \vec{v}$$

運動方程式 $\vec{L} = m\dot{\vec{v}}$ と連立すれば、軌跡が得られる。具体的に解析してみよう。

$\vec{\varphi}$ 方向に z 軸をとりそれに垂直な平面内に直交する x, y 軸をとると、

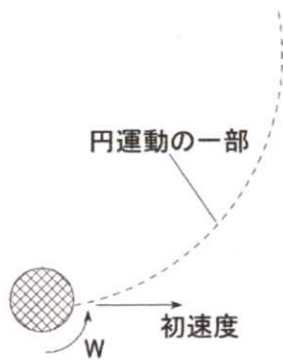
$$\vec{\varphi} = (0, 0, A\omega) \text{ つまり } \vec{L} = (-A\omega v_y, A\omega v_x, 0)$$

これと運動方程式より、

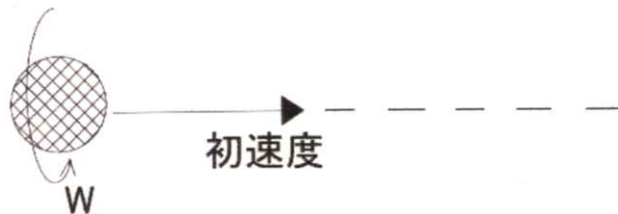
$$\ddot{v}_x = -\frac{A^2 \omega^2}{m^2} v_x \quad \ddot{v}_y = -\frac{A^2 \omega^2}{m^2} v_y \quad v_z = \text{Const}$$

つまり、もしマグナス力のみが運動を司る力であるという仮定が導入するなら、球体は回転ベクトル方向の初速度を保存しながら、それに垂直な平面内で初速度に応じた、角速度 $\frac{A\omega}{m}$ の等速円運動を行うという結論に達する。

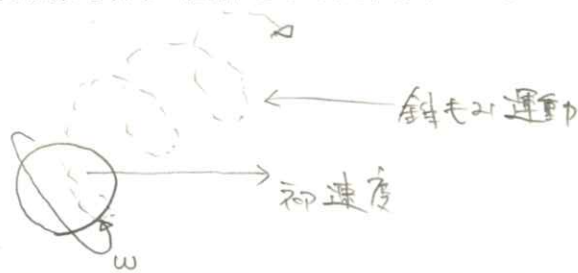
具体的には、初速度が角速度ベクトルに垂直な場合、その後球体は角速度に垂直な平面内で等速円運動を行う。



逆に、初速度が角速度ベクトルに平行な場合、初速度のまま球体は運動する。

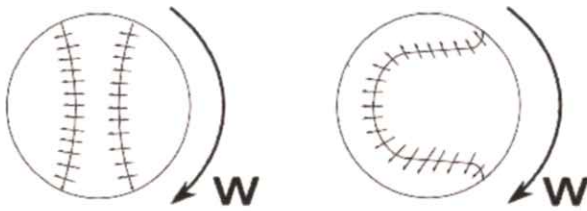


一般には、先ほど述べたように、初速度を角速度ベクトルに垂直と平行な成分に分けた時に、それぞれに対して上の二つの運動を組み合わせた運動をする。つまり、角速度ベクトルに平行な初速度成分は保存され、角速度ベクトルに垂直な初速度成分に対しては、垂直な平面内で円運動を行う（全体としては錐もみのような運動を行う）。



以上が、マグナス力のみを球体に働く力と考えたときに理論的に考えられる軌跡である。実際にはマグナス力以外の空気抵抗の影響などが考えられ、それによる理論的軌跡とのずれを見て以上のモデル化が正しかったかどうかを考察することが本実験の大きな目的である。

その空気抵抗の影響をあえて大きくして、空気抵抗の振る舞いについて更なる考察を深めるために、「目的」の項で説明した「縫い目」による影響を考察する実験も提案する。球体にあえて幾何学的変化を加えることで軌跡の変化を見ようというものである。そもそも「縫い目」による影響とは、以下の二つのボール（回転に対する縫い目の対称性・非対称性が異なることは明らか）が受ける空気抵抗は異なり、その軌跡に対する影響も異なるだろうという考えによるものである。



これらは実際に野球でも「フォーシーム」「ツーシーム」と呼ばれており軌跡が異なると言われている。この「縫い目」の影響について事前に物理的原理からモデルを立て考察するのは複雑で難しい。この実験に関しては、動機は純粋な好奇心であり、実験後に何らかの定性的考察が出来れば幸いである。

実験内容の区分

物理

実験手順

次項で記すような投球機を無重力状態になったら始動させ、その後のボールの軌跡を二方向からビデオカメラによって撮影する。数回の実験間で主にボールの回転方向・回転速度・初速度を変数として変えながらそれぞれの軌跡を撮影する。また、幾何的に変化を加えたボールも発射させ、普通の球との軌跡との対照実験を行う。結果の解析はビデオカメラによるコマ送り画像から、実際のボールの軌跡をプロットし、理論的に得られるボールの軌跡と見比べることで何らかの考察を加える、という手順を取る。その際に、飛行データから大気の影響などにより生じてしまった微小重力データを得ることで、それが実験に与えた影響を考慮することが出来、結果の解析が更に厳密になることが期待される。

以下では、実験で採用する具体的な変数の値を設定する
まず円運動の半径を R 、速さを v とすると、運動方程式は

$$m \frac{v^2}{R} = r\omega S v \quad \text{よって} \quad R = \frac{mv}{r\omega S} \quad (\text{ただし、} \alpha=1 \quad \rho=1 \text{とした})$$

また周期を T とすると

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{r\omega S}$$

これらと卓球ボールの情報 ($r = 0.02[m]$ $m = 0.0025[kg]$) をもとにして、以下のように変数を設定する。

初速度が角速度ベクトルに垂直な場合

回転ベクトルに垂直な初速度成分を v_{\perp} とすると

$$\textcircled{1} \quad \omega = \frac{5}{2} \pi [1/s] \quad v_{\perp} = 0.025 [m/s] \quad \leftarrow \quad R \approx 0.3 [m] \quad T \approx 80 [s] \text{の円運動を想定}$$

$$\textcircled{2} \quad \omega = \frac{3}{2} \pi [1/s] \quad v_{\perp} = 0.015 [m/s] \quad \leftarrow \quad R \approx 0.3 [m] \quad T \approx 130 [s] \text{の円運動を想定}$$

$$\textcircled{3} \quad \omega = 5\pi [1/s] \quad v_{\perp} = 0.025 [m/s] \quad \leftarrow \quad R \approx 0.15 [m] \quad T \approx 40 [s] \text{の円運動を想定}$$

$$\textcircled{4} \quad \omega = 3\pi [1/s] \quad v_{\perp} = 0.015 [m/s] \quad \leftarrow \quad R \approx 0.15 [m] \quad T \approx 65 [s] \text{の円運動を想定}$$

これらの実験を行い、マグナス力の近似式の精度を確認する。

初速度が角速度ベクトルと平行な場合

回転ベクトルに平行な初速度成分を $v_{//}$ とすると

⑤ $\omega = 10\pi [1/s]$ $v_{//} = 0.02 [m/s]$ ← 初速度方向への等速運動を想定

この実験を行い、回転ベクトルに平行な速度成分がマグナス力に寄与しないことを確認する。

初速度が角速度ベクトルに対して平行な成分も垂直な成分も持つ場合

⑥ $\omega = 10\pi [1/s]$ $v_{\perp} = 0.02 [m/s]$ $v_{//} = 0.01 [m/s]$

⑦ $\omega = 10\pi [1/s]$ $v_{\perp} = 0.02 [m/s]$ $v_{//} = 0.02 [m/s]$

⑧ $\omega = 10\pi [1/s]$ $v_{\perp} = 0.02 [m/s]$ $v_{//} = 0.04 [m/s]$

←全て、回転ベクトルに垂直な面内での $R \approx 0.06 [m]$ $T \approx 20 [s]$ の円運動、回転ベクトルに平行な方向での等速運動、が組み合わさった運動をすると想定

これらの実験を行い、錐もみ運動が実現されることを確認する。また回転ベクトルに平行な成分がマグナス力に寄与しないことを確認する（実験⑤との違いは垂直成分の速度を持つか否かである）。

幾何的に変化を加えたボールを使用する場合

野球ボールのようにボールに幾何的変化を加えた後

⑨ 「フォーシーム」(前頁参照)型の回転になるように実験①～④で得られた適当な回転速度・初速度で投球する。

⑩ 「ツーシーム」(前頁参照)型の回転になるように実験⑧と同じ回転速度・初速度で投球する。

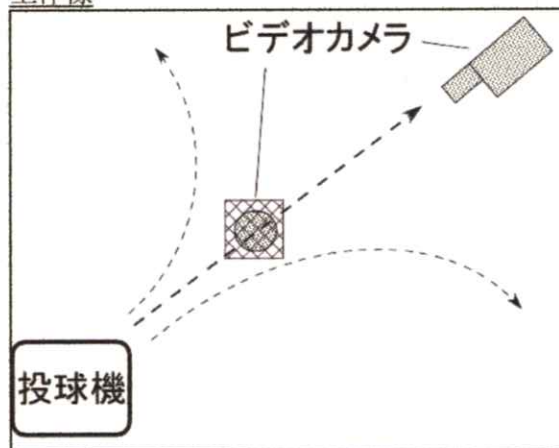
← 「縫い目」の影響を想定

これらの実験を行い、「縫い目」の影響を二つの実験の対照実験から考察する。

どの実験も、2回ずつ行いたい。想定から外れた場合は順次後者の実験の条件を調整する。

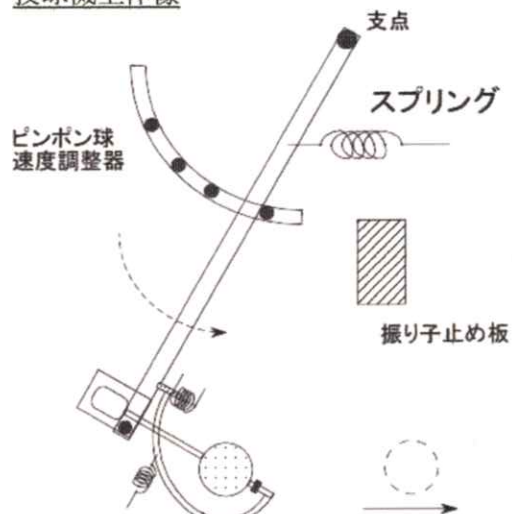
実験装置概要

全体像



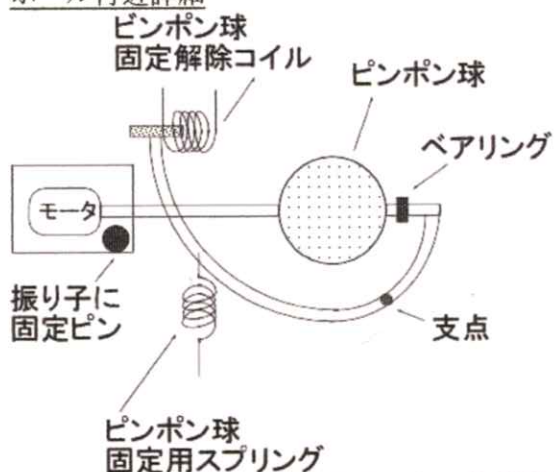
ラックの中に投球機（詳細は次頁）と二方向からのビデオカメラを設置する。二方向から測定することで三次元の球体の運動が測定可能となる。

投球機全体像



速度調整は上のように振り子のような機構を利用する。

ボール付近詳細



ボールの回転は上のようにモーターを利用する。発射時には球の固定をコイルにより解除する。

実験装置のサイズ・重量概算

サイズ：ほぼ1ラックの大きさ 重量：20-30kg を予定

必要な電源用量概算

ビデオ：0.3A×2 モーター：0.3A 照明：0.5A 計約1.5A を予定

実験支援装置の利用要望

実験開始信号のみ

危険物等の搭載の有無

無

実験実施時の航空機への搭乗希望有無

有